

МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Содержание

- I. Макроэкономические агенты, рынки и переменные
- II. Временные периоды в макроэкономике
- III. Кейнсианская макроэкономическая модель
- IV. Модель IS-LM-BP (Манделла – Флеминга) общего экономического равновесия в мгновенном периоде
 - Предпосылки модели
 - Кривая IS
 - Кривая LM
 - Кривая BP
 - Равновесие
- V. Предложение денег банковской системой
- VI. Количественная теория денег
 - Анализ краткосрочного периода
 - Монетаризм (классический анализ долгосрочного периода)
- VII. Финансирование госбюджета
 - Кривая Лаффера
 - Сеньораж
- VIII. Модель занятости и безработицы
 - Простая модель
 - Сложная модель
- IX. Модель AD-AS общего экономического равновесия в мгновенном, краткосрочном и долгосрочном периодах
 - Кривая совокупного спроса AD при таргетировании предложения денег
 - Вывод кривой AD из модели IS-LM
 - Вывод кривой AD из количественной теории денег
 - Кривая совокупного спроса AD при инфляционном таргетировании
 - Кривая долгосрочного совокупного предложения LRAS
 - Стандартные типы ожиданий
 - Кривая мгновенного и краткосрочного совокупного предложения SRAS
 - Равновесие
- X. Кривая Филлипа (т.н. модифицированная)
 - Краткосрочная кривая Филлипа SRPC
 - Долгосрочная кривая Филлипа LRPC
 - Потенциальное равновесие
- XI. Модель долгосрочного экономического роста Солоу
 - Модель без технологического прогресса
 - Модель с технологическим прогрессом

I. Макроэкономические агенты, рынки и переменные

Макроэкономические агенты:

- домохозяйства;
- фирмы;
- государственный сектор (правительство);
- иностранный сектор (заграница¹).

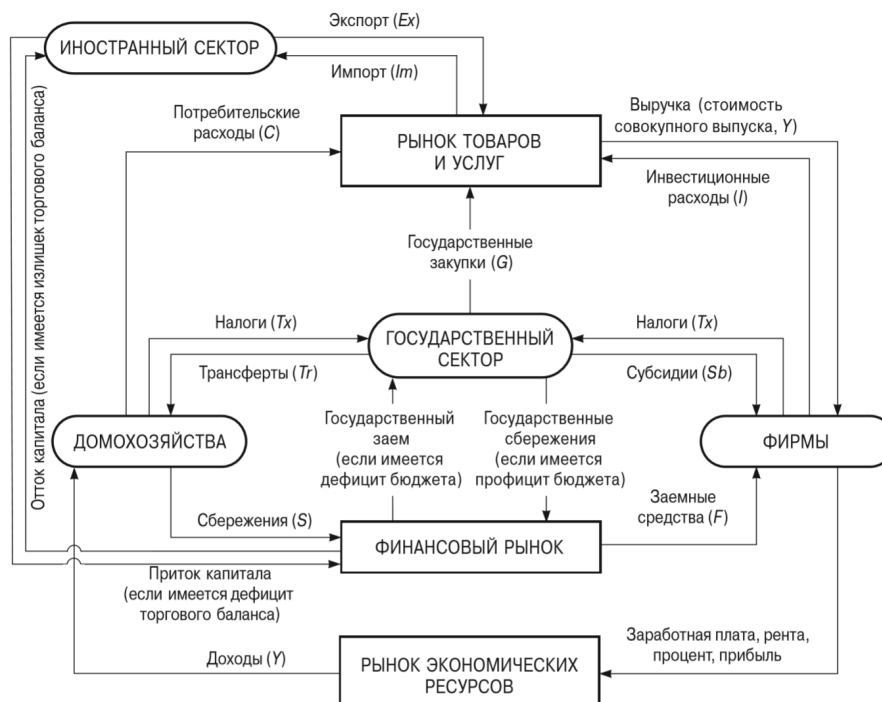
Макроэкономические рынки и выводимые из их равновесия переменные:

- рынок товаров и услуг
⇒ общий уровень цен P и реальный совокупный выпуск Y (темпы экономического роста g);
- финансовый рынок (денежный рынок + рынок заёмных средств)
⇒ номинальная ставка процента i и объём заёмных средств F ;
- рынок труда (рынок экономических ресурсов)
⇒ реальная заработная плата W/P и уровень занятости L (безработица u);
- рынок иностранной валюты
⇒ реальный валютный курс ε и объём валютных торгов.

Переменные, которые можно вывести, используя общий уровень цен P , фактическую инфляцию текущего года $\pi = \frac{P - P_0}{P_0}$ (здесь P_0 — общий уровень цен в прошлом году) и иностранный общий уровень цен P^F :

- номинальный совокупный выпуск $P \times Y$;
- реальная ставка процента $r \approx i - \pi$;
- номинальная заработная плата $W = P \times (W/P)$;
- номинальный валютный курс $E = \frac{P}{\varepsilon \times P^F}$.

Модель кругооборота — схема транзакций, осуществляемых макроэкономическими агентами на макроэкономических рынках (стрелки обозначают суммарные годовые потоки *денег*, а не объектов торговли):



Источник: Матвеева Т.Ю. «Макроэкономика», часть 1

¹Под заграницей понимают все иностранные домохозяйства, фирмы и правительства.

II. Временные периоды в макроэкономике²

Параметры	Периоды		
	Мгновенный	Краткосрочный	Долгосрочный
	мгновенный	короткий	длительный
	краткосрочный short run (SR)	среднесрочный medium run (MR)	долгосрочный long run (LR)
Временной промежуток	До нескольких месяцев	От 1 года до нескольких лет	Примерно от 10 лет
Цены на товары P в течение периода	Жёсткие \bar{P}	Гибкие	Гибкие
Инфляция в течение периода	Отсутствует	Возможна	Возможна
Инфляция π в течение 1 года	Возможна	Возможна	Возможна
Цены на ресурсы W, r в течение периода	Жёсткие \bar{W}, \bar{r}	Жёсткие \bar{W}, \bar{r} или гибкие	Гибкие
Запас капитала K	Постоянный \bar{K}	Постоянный \bar{K}	Может меняться
Уровень технологии A	Постоянный \bar{A}	Постоянный \bar{A}	Может меняться
Занятость L	Отклоняется от полной L^*	Отклоняется от полной L^*	Полная L^*
Безработица u	Отклоняется от естественного уровня u^*	Отклоняется от естественного уровня u^*	На естественном уровне u^*
Фактический уровень совокупного выпуска Y	Отклоняется от потенциального Y^*	Отклоняется от потенциального Y^*	Равен потенциальному Y^*
Разрыв ВВП	Возможен	Возможен	Отсутствует
Потенциальный уровень совокупного выпуска Y^*	Постоянный \bar{Y}^*	Постоянный \bar{Y}^*	Может меняться
Долгосрочный экономический рост g	Отсутствует ($g = 0$)	Отсутствует ($g = 0$)	Возможен
Информация	Асимметричная	Асимметричная	Симметричная
Ожидаемый через год общий уровень цен P^e	Отклоняется от фактического P	Отклоняется от фактического P	Отклоняется от фактического P
Ожидаемая инфляция в текущем году	Отклоняется от фактической π	Отклоняется от фактической π	Отклоняется от фактической π
Долгосрочные инфляционные ожидания π^e	Неточны (отклоняются от π)	Неточны (отклоняются от π)	Корректны ($\pi^e = \pi$)
Деньги	Предложение денег фиксировано	Не нейтральны	Нейтральны
Предмет анализа	Товарный и финансовый рынки	Товарный и финансовый рынки $\Rightarrow AD$ Рынок труда $\Rightarrow AS$	Производственные возможности экономики, экономический рост
Фокус анализа	Совокупный спрос	Взаимодействие спроса и предложения	Совокупное предложение
Базовая модель	IS-LM-BP	AD-AS	Модели долгосрочного экономического роста
Определение равновесия в модели AD-AS	Кривые AD и SRAS	AD, SRAS и LRAS (LRAS неподвижна)	Кривые AD и LRAS (LRAS сдвигается)

²В дальнейших моделях будут использоваться следующие названия и обозначения временных периодов: мгновенный (SR), краткосрочный (MR), долгосрочный (LR).

III. Кейнсианская макроэкономическая модель

Переменные:

- Y — совокупный доход домохозяйств, совокупный выпуск (реальный ВВП).
- Y_d — располагаемый доход (disposable income).
- C — совокупное потребление, S — совокупные сбережения.
- I — совокупные частные инвестиции (приобретение фирмами средств производства).
- i — номинальная процентная ставка, наблюдаемая в данном году в экономике, π^e и r^e — темпы инфляции и реальная процентная ставка, ожидаемые в данном году.
- E — номинальный валютный курс, т. е. цена иностранной валюты (количество единиц национальной валюты за единицу иностранной).

- e — цена национальной валюты:

$$e = \frac{1}{E}.$$

- ε — реальный валютный курс (во сколько раз национальная продукция дороже иностранной):

$$\varepsilon = \frac{\bar{P}}{E \times P^F}.$$

- Tx — налоговые сборы, t — ставка подоходного налога.
- \bar{Tr} — трансферты (включая субсидии фирмам), G — госзакупки.
- \bar{Ex} — экспорт, Im — импорт.
- mrc , mrs и mrm — предельные склонности к потреблению из располагаемого дохода, сбережению из располагаемого дохода и импорту из совокупного дохода (marginal propensities to consume, save and import).
- g — степень зависимости госзакупок от совокупного дохода. (Если $g > 0$, то госзакупки процикличны — растут при увеличении совокупного выпуска. Если $g < 0$, то госзакупки контрцикличны. Если $g = 0$, то госзакупки ацикличны.)
- mri — предельная склонность к инвестированию из совокупного дохода (marginal propensity to invest).
- b — чувствительность совокупных частных инвестиций к ожидаемой реальной ставке процента.
- η_{ex} , η_{im} и η — чувствительности экспорта, импорта и чистого экспорта к реальному валютному курсу.

Налоговые сборы:

$$Tx(Y) = \bar{Tx} + tY$$

Чистые налоги:

$$T(Y) = Tx(Y) - \bar{Tr}$$

$$T(Y) = \bar{Tx} + tY - \bar{Tr}$$

$$T(Y) = \bar{T} + tY, \quad \bar{T} = \bar{Tx} - \bar{Tr}$$

Функция госзакупок:

$$G(Y) = \bar{G} + gY, \quad \bar{G} > 0$$

Профицит государственного бюджета (также государственные сбережения, public saving, S_G):

$$GB(Y) = T(Y) - G(Y)$$

$$GB(Y) = (\bar{T} - \bar{G}) + (t - g)Y$$

III. Кейнсианская макроэкономическая модель

Располагаемый доход домохозяйств (disposable income):

$$\begin{aligned} Y_d &= Y - T(Y) \\ Y_d &= Y - (\bar{T} + tY) \\ Y_d &= (1 - t)Y - \bar{T} \end{aligned}$$

Гипотеза абсолютного дохода (основной психологический закон Дж. М. Кейнса):

$$C(Y_d) = \bar{C} + mpcY_d, \quad \bar{C} > 0, \quad 0 < mpc < 1$$

Функция совокупного потребления в развёрнутом виде (потребительский спрос):

$$\begin{aligned} C(Y) &= \bar{C} + mpc(Y - T(Y)) \\ C(Y) &= \bar{C} + mpc((1 - t)Y - \bar{T}) \end{aligned}$$

Связь совокупного потребления и совокупных сбережений:

$$Y_d = C + S$$

Компоненты совокупного дохода:

$$\begin{aligned} Y &= Y_d + T \\ Y &= C + S + T \end{aligned}$$

Функция совокупных сбережений (private saving):

$$\begin{aligned} S(Y_d) &= Y_d - C(Y_d) \\ S(Y_d) &= (-\bar{C}) + (1 - mpc) \times Y_d \\ S(Y_d) &= \bar{S} + mpsY_d, \quad \bar{S} < 0, \quad 0 < mps < 1 \\ S(Y) &= \bar{S} + mps((1 - t)Y - \bar{T}) \end{aligned}$$

Связь предельных склонностей к потреблению и сбережению:

$$mpc + mps = 1$$

Средние склонности к потреблению и сбережению из располагаемого дохода (average propensities to consume and save):

$$\begin{aligned} apc &= \frac{C(Y_d)}{Y_d} \Rightarrow apc = \frac{\bar{C}}{Y_d} + mpc \Rightarrow [Y_d \uparrow \Rightarrow apc \downarrow] \\ aps &= \frac{S(Y_d)}{Y_d} \Rightarrow aps = \frac{(-\bar{C})}{Y_d} + mps \Rightarrow [Y_d \uparrow \Rightarrow aps \uparrow] \\ apc + aps &= 1 \end{aligned}$$

Зависимость ожидаемой реальной процентной ставки от наблюдаемой номинальной процентной ставки и ожидаемых темпов инфляции:

$$r^e \approx i - \pi^e$$

Функция совокупных инвестиций (инвестиционный спрос):

$$\begin{aligned} I(r^e, Y) &= \bar{I} - br^e + mpiY, \quad \bar{I} > 0, \quad b > 0, \quad 0 \leq mpi < 1 \\ I(i - \pi^e, Y) &= \bar{I} - b(i - \pi^e) + mpiY \end{aligned}$$

Функция экспорта:

$$Ex(\varepsilon) = \bar{E}x - \eta_{ex}\varepsilon, \quad \bar{E}x > 0, \quad \eta_{ex} > 0$$

Функция импорта:

$$Im(Y, \varepsilon) = \bar{I}m + mpmY + \eta_{im}\varepsilon, \quad \bar{I}m > 0, \quad 0 < mpm < 1, \quad \eta_{im} > 0$$

III. Кейнсианская макроэкономическая модель

Функция чистого экспорта (торговый баланс):

$$\begin{aligned} NX(Y, \varepsilon) &= Ex(\varepsilon) - Im(Y, \varepsilon) \\ NX(Y, \varepsilon) &= [\overline{Ex} - \eta_{ex}\varepsilon] - [\overline{Im} + mpmY + \eta_{im}\varepsilon] \\ NX(Y, \varepsilon) &= (\overline{Ex} - \overline{Im}) - mpmY - (\eta_{ex} + \eta_{im}) \times \varepsilon \\ NX(Y, \varepsilon) &= \overline{NX} - mpmY - \eta\varepsilon, \quad \overline{NX} = \overline{Ex} - \overline{Im}, \quad \eta = \eta_{ex} + \eta_{im} > 0 \end{aligned}$$

Совокупные расходы *на отечественную продукцию* (aggregate expenditure), совершённые внутренними и внешними агентами:

$$\begin{aligned} AE &= \text{внутренний спрос} + \text{внешний спрос} \\ AE &= (C^d + I^d + G^d) + Ex \end{aligned}$$

Импорт есть спрос внутренних агентов на иностранную продукцию:

$$Im = C^f + I^f + G^f.$$

Преобразования:

$$\begin{aligned} AE &= (C^d + I^d + G^d) + Ex + (C^f + I^f + G^f) - Im \\ AE &= (C^d + C^f) + (I^d + I^f) + (G^d + G^f) + (Ex - Im) \\ AE &= (C + I + G) + NX \\ AE &= \text{суммарный внутренний спрос} + \text{торговый баланс} \end{aligned}$$

Функция совершённых совокупных расходов:

$$\begin{aligned} AE(Y) &= C(Y) + I(r^e, Y) + G(Y) + NX(Y, \varepsilon) \\ AE(Y) &= [\bar{C} + mpc((1-t)Y - \bar{T})] + [\bar{I} - br^e + mpiY] + [\bar{G} + gY] + [\overline{NX} - mpmY - \eta\varepsilon] \\ AE(Y) &= (\bar{C} + \bar{I} + \bar{G} + \overline{NX}) + (-mpc\bar{T} - br^e - \eta\varepsilon) + (mpc(1-t) + mpi + g - mpm) \times Y \end{aligned}$$

Если сумму всех не зависящих от Y слагаемых обозначить через \overline{AE} (autonomous expenditure — автономные расходы), а коэффициент при Y обозначить через mpe (marginal propensity to expend — предельная склонность к расходованию), то функция совокупных расходов примет вид:

$$\begin{aligned} AE(Y) &= \overline{AE} + mpeY, \\ \text{где } \overline{AE} &= (\bar{C} + \bar{I} + \bar{G} + \overline{NX}) + (-mpc\bar{T} - br^e - \eta\varepsilon) = \bar{A} + (-mpc\bar{T} - br^e - \eta\varepsilon) \\ \text{и } mpe &= mpc(1-t) + mpi + g - mpm. \end{aligned}$$

Совокупный доход равен совокупным расходам:

$$\begin{aligned} Y &= AE(Y) \\ C + S + T &= C + I + G + NX \\ C + S + (Tx - Tr) &= C + I + G + (Ex - Im) \\ \text{Изъятия} &= S + Tx + Im = I + G + Tr + Ex = \text{Инъекции} \end{aligned}$$

Уравнение формирования капитала (capital formation equation):

$$\begin{aligned} I &= S + (Tx - Tr - G) + (Im - Ex) \\ I &= S + S_G + S_{\text{иностран}} \\ I &= S_{\text{нац}} + S_{\text{иностран}} \end{aligned}$$

Использование частных сбережений:

$$S = I + (-GB) + NX$$

IV. Модель IS-LM-VP (Манделла – Флеминга)

Предпосылки модели

1. Открытая экономика.
 - В базовой версии модели — общего (внутреннего и внешнего) экономического равновесия — предполагается плавающий реальный валютный курс ε .
 - Если же предполагается, что реальный валютный курс фиксирован ($\varepsilon = const$), то модель вырождается в модель частичного (внутреннего, но не внешнего) равновесия.
2. Мгновенный период:
 - жёсткие цены внутри экономики ($P = \bar{P} \Rightarrow$ в течение рассматриваемого периода инфляция отсутствует, при этом темпы инфляции в течение текущего года π могут быть ненулевыми);
 - жёсткая заработная плата;
 - совокупное предложение совершенно эластично (кривая SRAS горизонтальна).
3. Долгосрочные инфляционные ожидания π^e могут отличаться от нуля. Ожидаемая реальная и наблюдаемая в текущем году номинальные процентные ставки отличаются на величину инфляционных ожиданий: $r^e \approx i - \pi^e \Rightarrow I(r^e, Y) = I(i - \pi^e, Y)$.
4. Центральный банк таргетирует не темпы инфляции π , а предложение денег: $M^S = \bar{M}^S$.
5. Отсутствие денежных иллюзий (предпочтение ликвидности): агенты предъявляют спрос на реальные денежные балансы $\frac{M}{P}$, т.е. на покупательную способность денег.
6. Малая экономика: изменение внутренней номинальной процентной ставки i не влияет на общемировую номинальную процентную ставку i^F .
7. Потоки капитала (CF) определяются только дифференциалом номинальных процентных ставок ($i - i^F$) и мобильностью капитала (c) в силу статических ожиданий ($E^e = E$).
8. Условие Маршалла – Лернера выполняется (эффект количеств больше эффекта цен):

$$NX = Ex - \frac{Im}{\varepsilon} \approx Ex - Im.$$

IV. Модель IS-LM-BP (Манделла – Флеминга)

Кривая IS

Условие равновесия товарного рынка в открытой экономике (модель кейнсианского креста):

совокупное предложение = совокупный спрос

будущий совокупный выпуск = совокупные планируемые расходы

$$Y = AE_p(Y, i)$$

$$Y = C(Y) + I(i - \pi^e, Y) + G(Y) + NX(Y, Y^F, \varepsilon)$$

$$Y = [\bar{C} + mpc((1-t)Y - \bar{T})] + [\bar{I} - b(i - \pi^e) + mpiY] + [\bar{G} + gY] + [\bar{NX} - mpmY - \eta\varepsilon]$$

$$Y = \frac{(\bar{C} + \bar{I} + \bar{G} + \bar{NX}) - mpc\bar{T} - b(i - \pi^e) - \eta\varepsilon}{1 - (mpc(1-t) + mpi + g - mpm)} = \frac{\bar{A} - mpc\bar{T} - b(i - \pi^e) - \eta\varepsilon}{1 - mpe} = \frac{\bar{AE}}{1 - mpe}$$

$$Y = mult_{\bar{AE}} \times \bar{AE}, \quad mult_{\bar{AE}} = \frac{1}{1 - mpe} = \frac{1}{1 - mpc(1-t) - mpi - g + mpm}$$

Эффект мультипликатора (при $mpe = const$):

$$\Delta Y = mult_{\bar{AE}} \times \Delta \bar{AE}$$

Уравнение убывающей в координатах $Y - i$ кривой IS (Investment – Saving) для равновесной номинальной процентной ставки:

$$i^{IS}(Y) = \left(\pi^e + \frac{\bar{A} - mpc\bar{T} - \eta\varepsilon}{b} \right) - \frac{1}{mult_{\bar{AE}} \times b} \times Y$$

$$i^{IS}(Y) = \left(\pi^e + \frac{\bar{A} - mpc\bar{T} - \eta\varepsilon}{b} \right) - \frac{1 - mpc(1-t) - mpi - g + mpm}{b} \times Y$$

$$i^{IS}(Y) = \Gamma_1 - \Gamma_2 Y \quad (\text{сокращённая запись})$$

Уравнение убывающей в координатах $Y - \varepsilon$ кривой IS для равновесного реального валютного курса:

$$\varepsilon^{IS}(Y) = \frac{\bar{A} - mpc\bar{T} - b(i - \pi^e)}{\eta} - \frac{1}{mult_{\bar{AE}} \times \eta} \times Y$$

$$\varepsilon^{IS}(Y) = \frac{\bar{A} - mpc\bar{T} - b(i - \pi^e)}{\eta} - \frac{1 - mpc(1-t) - mpi - g + mpm}{\eta} \times Y$$

Кривая LM

Условие равновесия денежного рынка:

покупательная способность денежной массы = спрос на реальные денежные балансы

$$\frac{\bar{M}^S}{\bar{P}} = \left(\frac{M}{P} \right)^D(Y, i)$$

$$\frac{\bar{M}^S}{\bar{P}} = \bar{\mu} + kY - hi$$

Уравнение возрастающей в координатах $Y - i$ кривой LM (Liquidity – Money supply) для равновесной номинальной процентной ставки:

$$i^{LM}(Y) = -\frac{1}{h} \left(\frac{\bar{M}^S}{\bar{P}} - \bar{\mu} \right) + \frac{k}{h} \times Y$$

IV. Модель IS-LM-BP (Манделла – Флеминга)

Кривая BP

Взаимосвязь счетов платёжного баланса (здесь ΔR — изменение валютных резервов):

$$NX + CF + \Delta R = 0$$

Профицит платёжного баланса *за период* есть сумма профицитов счёта текущих операций и счёта движения капитала³:

$$BP = NX + CF = -\Delta R.$$

Условие равновесия валютного рынка (внешнего экономического равновесия):

$$\begin{aligned} \text{профицит платёжного баланса за период} &= 0 \\ BP(Y, \varepsilon, i) &= 0 \\ NX(Y, Y^F, \varepsilon) + CF(i, i^F) &= 0 \\ [\overline{NX} - mpmY - \eta\varepsilon] + [\overline{CF} + c(i - i^F)] &= 0 \end{aligned}$$

Уравнение возрастающей в координатах $Y - i$ кривой BP (Balance of Payments) для равновесной номинальной процентной ставки:

$$i^{BP}(Y) = i^F - \frac{\overline{NX} - \eta\varepsilon + \overline{CF}}{c} + \frac{mpm}{c} \times Y$$

Уравнение убывающей в координатах $Y - \varepsilon$ кривой BP для равновесного реального валютного курса:

$$\varepsilon^{BP}(Y) = \frac{\overline{NX} + \overline{CF} + c(i - i^F)}{\eta} - \frac{mpm}{\eta} \times Y$$

Равновесие

Модель IS-LM-BP — модель общего экономического равновесия **в мгновенном периоде**:

- товарный рынок находится в равновесии;
- денежный рынок находится в равновесии;
- рынок иностранной валюты находится в равновесии при условии плавающего реального валютного курса и в неравновесии при условии фиксированного реального валютного курса;
- **рынок труда находится в неравновесии.**

Общее равновесие при плавающем реальном валютном курсе:

$$\begin{cases} Y = AE_p(Y, i) \\ \frac{M^S}{P} = \left(\frac{M}{P}\right)^D(Y, i) \\ BP(Y, \varepsilon, i) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = i^{IS}(Y, \varepsilon) \\ i = i^{LM}(Y) \\ i = i^{BP}(Y, \varepsilon) \end{cases} \Rightarrow \text{равновесные } Y, i, \varepsilon$$

Общее (неполное) равновесие при фиксированном реальном валютном курсе:

$$\begin{cases} Y = AE_p(Y, i) \\ \frac{M^S}{P} = \left(\frac{M}{P}\right)^D(Y, i) \\ \varepsilon = const \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = i^{IS}(Y, \varepsilon) \\ i = i^{LM}(Y) \\ \varepsilon = const \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{равновесные } Y, i \\ \text{неравновесный } BP(Y, \varepsilon, i) \end{cases}$$

³Наряду с NX и CF распространены обозначения CA (current account) и KA (capital account). Переменные NX , CF , ΔR , а следовательно, и BP являются потоками, не запасами.

V. Предложение денег банковской системой

Переменные:

- K — сумма всех кредитов. D — сумма всех депозитов. R — суммарные банковские резервы.
- rr_{req} — норма обязательного резервирования (required reserve ratio).
- CU — все наличные деньги вне банковской системы.

Объём обязательных резервов:

$$R_{req} = rr_{req}D$$

Объём избыточных резервов:

$$R_{ex} = R - R_{req}$$

Норма резервирования (reserve ratio):

$$rr = \frac{R}{D} = \frac{R_{req}}{D} + \frac{R_{ex}}{D} = rr_{req} + rr_{ex}$$

Денежная база (monetary base, high-power money):

$$B = CU + R$$

Денежная масса (money supply):

$$M = CU + D$$

Норма депонирования (currency-deposit ratio):

$$cr = \frac{CU}{D}$$

Денежный мультипликатор (money multiplier):

$$mm = \frac{M}{B} = \frac{CU + D}{CU + R} = \frac{crD + D}{crD + rrD} = \frac{cr + 1}{cr + rr}$$

$$\Delta M = mm\Delta B$$

V. Предложение денег банковской системой

Внесение на депозит суммы D_1 и её последующее итеративное депозитное расширение может увеличить денежную массу на величину, не превышающую

$$\Delta M_{max} = \Delta D_{max} = D_1 + (1 - rr)D_1 + (1 - rr)^2 D_1 + \dots = \frac{1}{rr} D_1 = mult_D D_1.$$

Уравнение упрощённого агрегированного баланса коммерческих банков:

$$D = K + R$$

Соотношение суммарных кредитов и депозитов:

$$\frac{K}{D} = 1 - rr$$

$$\Delta K = (1 - rr)\Delta D$$

Выдача в кредит суммы K_1 (из некоторого вклада D_1) и её последующее итеративное депозитное расширение может увеличить денежную массу на величину, не превышающую

$$\Delta M_{max} = \Delta D_{max} = mult_D K_1 = mult_D (1 - rr) D_1 = \frac{1}{rr} (1 - rr) D_1 = \left(\frac{1}{rr} - 1 \right) D_1 = mult_K D_1.$$

Связь депозитного и кредитного мультипликаторов:

$$mult_D = mult_K + 1$$

Связь депозитного и денежного мультипликаторов:

$$mm = \frac{cr + 1}{cr + rr} < \frac{1}{rr} = mult_D$$

$$[cr \rightarrow 0] \Rightarrow [mm \rightarrow mult_D]$$

VI. Количественная теория денег

Переменные:

- M — предложение денег ($M \equiv M^S$).
- V — скорость обращения денег (среднее годовое количество транзакций на рынке товаров и услуг, происходящих с использованием одной и той же единицы денег). V определяется институциональными факторами: устройством банковской и кредитной системы (уровень развития финансовых технологий), устройством системы связи и транспортировки, частотой выплат дохода населению.
- P — общий уровень цен.
- Y — совокупный выпуск (реальный ВВП).

Анализ краткосрочного периода

Гибкая версия уравнения обмена (equation of exchange):

$$\begin{aligned} \text{суммарный оборот денег} &= \text{номинальный ВВП} \\ M \times V &= P \times Y \end{aligned}$$

Предпосылка. В дальнейшем анализе предполагается, что скорость обращения денег не меняется:

$$V = const \Rightarrow g_V = 0.$$

Следствия:

$$M \uparrow \Rightarrow P \uparrow \text{ и/или } Y \uparrow$$

$$M \downarrow \Rightarrow P \downarrow \text{ и/или } Y \downarrow$$

Условие равновесия денежного рынка:

$$\left(\frac{M}{P}\right)^D (Y) = \frac{M^S}{P} \Rightarrow \left(\frac{M}{P}\right)^D (Y) = \frac{1}{V} \times Y$$

Постоянство скорости обращения денег означает нулевую чувствительность спроса на реальные денежные балансы к номинальной процентной ставке ($h = 0$) и отсутствие его автономного компонента ($\bar{\mu} = 0$):

$$V = const \Rightarrow \left(\frac{M}{P}\right)^D (Y) = kY, \quad k = \frac{1}{V} = const.$$

Уравнение обмена — переход к темпам роста переменных:

$$\begin{aligned} M_t \times V_t &= P_t \times Y_t \\ \ln M_t + \ln V_t &= \ln P_t + \ln Y_t \\ \frac{M'_t}{M_t} + \frac{V'_t}{V_t} &= \frac{P'_t}{P_t} + \frac{Y'_t}{Y_t} \\ g_M + g_V &= g_P + g_Y \end{aligned}$$

$$\begin{cases} g_P \equiv \pi \\ g_V = 0 \end{cases} \Rightarrow g_M = \pi + g_Y.$$

Инфляция возникает тогда, когда темпы роста денежной массы превышают темпы роста экономики:

$$\pi = g_M - g_Y.$$

Если $Y_{MR} = const$, то инфляция полностью определяется изменением денежной массы Центральным банком ($\pi_{MR} = g_M$).

VI. Количественная теория денег

Если $M_{MR} = const$, то инфляция полностью определяется изменением реального совокупного выпуска ($\pi_{MR} = -g_Y$):

- Пусть экономика находится в состоянии рецессии (функция $Y(t)$ является выпуклой вниз, принимает значения на промежутке между двумя соседними точками перегиба).
 $\Rightarrow \dot{Y}/Y = g_Y \uparrow \Rightarrow \pi_{MR} \downarrow$.
- Пусть экономика находится в состоянии перегрева (функция $Y(t)$ является выпуклой вверх, принимает значения на промежутке между двумя соседними точками перегиба).
 $\Rightarrow \dot{Y}/Y = g_Y \downarrow \Rightarrow \pi_{MR} \uparrow$.
- Следовательно, инфляция максимальна при выходе экономики из состояния перегрева и вступлении в рецессию и минимальна при выходе экономики из рецессии и вступлении в состояние перегрева (т.е. в соответствующих точках перегиба функции $Y(t)$).

Монетаризм (классический анализ долгосрочного периода)

Предпосылки монетаризма:

1. Реальный ВВП стабилен (рассматривается "не слишком долгосрочный" период):

$$Y_{LR} = Y^* = const \Rightarrow g_Y = 0.$$

В долгосрочном периоде **деньги нейтральны**: изменение M не оказывает влияния на Y и другие реальные переменные.

2. Скорость обращения денег не меняется:

$$V = \bar{V} = const \Rightarrow g_V = 0.$$

Жёсткая версия уравнения обмена:

$$M \times \bar{V} = P \times Y^*$$

Переход к темпам роста переменных:

$$g_M + 0 = \pi_{LR} + 0$$

Инфляция полностью определяется темпами роста денежной массы:

$$\pi_{LR} = g_M.$$

Монетаристское правило (monetary rule) для управления ЦБ темпами роста денежной массы:

$$g_M = \pi^*,$$

где π^* — таргетируемые темпы инфляции.

VII. Финансирование госбюджета

Кривая Лаффера

Обозначение: τ — эффективная ставка налогообложения ($0 \leq \tau \leq 1$).
Совокупный выпуск неотрицателен и снижается с ростом τ :

$$Y(\tau) \geq 0, \quad Y'(\tau) < 0$$

Совокупный выпуск при крайних значениях τ :

$$Y(0) = Y_{max}, \quad Y(1) = 0$$

Функция налоговых сборов (кривая Лаффера):

$$Tx(\tau) = \tau \times Y(\tau) \geq 0$$

Налоговые сборы минимальны при крайних значениях τ :

$$Tx(0) = 0, \quad Tx(1) = 0.$$

Следовательно, по теореме Ролля (частный случай теоремы Лагранжа о среднем значении) существует оптимальная эффективная ставка налогообложения τ_{opt} , при которой налоговые сборы максимальны:

$$Tx'(\tau_{opt}) = 0 \quad (\text{условие первого порядка — необходимое, но недостаточное}).$$

Максимальный размер налоговых сборов:

$$Tx_{max} = Tx(\tau_{opt}) = \tau_{opt} \times Y(\tau_{opt})$$

Практический вывод: если $\tau > \tau_{opt}$, то налоговые сборы можно увеличить за счёт снижения, а не повышения эффективной ставки налогообложения τ .

Сеньораж

Определение. Сеньораж — присваиваемый правительством реальный доход от эмиссии денег Центральным банком:

$$SE_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t}.$$

Предпосылки модели (должны выполняться хотя бы для текущего года t и прошлого года $(t - 1)$):

1. Анализ долгосрочного периода: имеет место общее экономическое равновесие.
2. Потенциальный совокупный выпуск стабилен: $Y^* = const$.
3. Темпы роста денежной массы постоянны и равны g_M .
4. Инфляционные ожидания корректны: $\pi^e = \pi$.

Следствия предпосылок:

$$\begin{cases} Y = Y^* = const \\ \pi = g_M = const \\ \pi^e = \pi \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{M}{P}\right)^D(Y, i(\pi^e)) = \left(\frac{M}{P}\right)^D(Y^*, i(\pi)) = const$$

Условие равновесия денежного рынка для года $(t - 1)$:

$$\frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} = \left(\frac{M}{P}\right)^D_{t-1}(Y^*, i(\pi))$$

VII. Финансирование госбюджета

Вспомогательное рассуждение:

$$\pi = \pi_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \Rightarrow \frac{P_{t-1}}{P_t} = \frac{1}{1 + \pi}$$

Преобразования:

$$\begin{aligned} SE_t &= \frac{M_t - M_{t-1}}{M_{t-1}} \times \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} \times \frac{P_{t-1}}{P_t} \\ SE_t &= g_M \times \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} \times \frac{1}{1 + \pi} \\ SE_t &= \pi \times \left(\frac{M}{P}\right)_{t-1}^D (Y^*, i(\pi)) \times \frac{1}{1 + \pi} \end{aligned}$$

Результирующая зависимость сеньоража от темпов инфляции:

$$SE(\pi) = \frac{\pi}{1 + \pi} \times \left(\frac{M}{P}\right)^D (Y^*, i(\pi)) \geq 0$$

Поведение множителей функции $SE(\pi)$:

$$\pi \uparrow \Rightarrow \left(\frac{\pi}{1 + \pi}\right) \uparrow \quad \pi \uparrow \Rightarrow i(\pi) \uparrow \text{ (эффект Фишера⁴) } \Rightarrow \left(\frac{M}{P}\right)^D (Y^*, i(\pi)) \downarrow$$

Сеньораж минимален при крайне низких и очень высоких темпах инфляции:

$$SE(0) = 0, \quad \lim_{\pi \rightarrow \infty} SE(\pi) = 0.$$

Следовательно, существуют оптимальные темпы инфляции π_{opt} , при которых сеньораж максимален:

$$SE'(\pi_{opt}) = 0 \text{ (условие первого порядка — необходимое, но недостаточное).}$$

Максимальный размер сеньоража:

$$SE_{max} = SE(\pi_{opt}) = \frac{\pi_{opt}}{1 + \pi_{opt}} \times \left(\frac{M}{P}\right)^D (Y^*, i(\pi_{opt}))$$

Практический вывод 1: если $\pi > \pi_{opt}$, то реальные доходы правительства от ежегодной эмиссии денег ЦБ можно увеличить, снизив темпы инфляции π , для этого следует проводить сдерживающую фискальную политику ($G \downarrow$ и/или $T \uparrow$).

Практический вывод 2: при более высоком потенциальном уровне совокупного выпуска тот же рост денежной массы обеспечивает больший сеньораж, не ускоряя при этом инфляцию:

$$\begin{cases} Y^* \uparrow \\ g_M = const \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{M}{P}\right)^D (Y^*, i(\pi)) \uparrow \\ \pi = const \end{cases} \Rightarrow SE \uparrow.$$

⁴В данной модели предполагается $\pi^e = \pi$. Определение эффекта Фишера: $\pi^e \uparrow \Rightarrow i(\pi^e) \uparrow$.

VIII. Модель занятости и безработицы

Переменные:

- PW — население в трудоспособном возрасте⁵ (population of working age).
- LF — экономически активное трудоспособное население (рабочая сила, labour force).
- I — экономически неактивное трудоспособное население.
- U — количество безработных.
- L — занятость, количество трудоустроенных ($L \equiv E$).
- L^* — уровень полной занятости.
Полная занятость (full employment) — ситуация, при которой в экономике задействованы все пригодные производственные ресурсы, так что рынок труда находится в состоянии долгосрочного равновесия (отсутствует циклическая безработица, но имеют место фрикционная и структурная безработица).
- u^* — естественный уровень безработицы (natural level of unemployment), уровень безработицы при полной занятости:

$$L = L^* \Leftrightarrow u = u^*.$$

- j — ставка перехода трудоустроенных в состав безработных (job separation rate) ($L \rightarrow U$).
 $1/j$ — средняя продолжительность срока занятости.
- h — ставка найма безработных (hiring rate) ($L \leftarrow U$).
 $1/h$ — средняя продолжительность поиска работы.

Состав рабочей силы:

$$LF = L + U$$

Состав трудоспособного населения:

$$\begin{aligned} PW &= LF + I \\ PW &= L + U + I \end{aligned}$$

Уровень безработицы:

$$u = \frac{U}{LF}$$

Следствия:

$$u = \frac{U}{L + U} \qquad u = \frac{LF - L}{LF} = 1 - \frac{L}{LF}$$

Уровень занятости:

$$e = \frac{L}{PW}$$

Вовлечённость трудоспособного населения в состав рабочей силы (labour force participation rate):

$$LFP = \frac{LF}{PW}$$

Преобразования:

$$u = 1 - \frac{L}{LF} = 1 - \frac{L}{PW} \times \frac{PW}{LF} = 1 - e \times \frac{1}{LFP}$$

Итоговая взаимосвязь между показателями u , e и LFP :

$$u = 1 - \frac{e}{LFP}$$

⁵В дальнейшем для обозначения этого понятия будет использоваться короткий термин «трудоспособное население».

VIII. Модель занятости и безработицы

Естественный уровень безработицы:

$$u^* = 1 - \frac{L^*}{LF}$$

Типы безработицы:

безработица = (структурная + фрикционная) + циклическая

безработица = естественная + циклическая

$$u = u^* + u_{\text{цикл}}$$

Циклическая безработица:

$$u_{\text{цикл}} = u - u^*$$

Простая модель

Вывод естественного уровня безработицы u^* из условия устойчивого равновесия E и U (steady state):

количество свободных рабочих мест = количество ищущих работу

$$jE = hU$$

$$j(LF - U) = hU$$

$$j(1 - u^*) = hu^*$$

$$u^* = \frac{j}{j + h}$$

Альтернативные формы записи:

$$u^* = \frac{1}{1 + \frac{h}{j}}$$

$$u^* = \frac{1}{1 + \frac{1/j}{1/h}}$$

Сложная модель

Дополнительные переменные для сложной версии модели:

- a — ставка выхода трудоустроенных из состава рабочей силы ($L \rightarrow I$).
- b — ставка найма экономически неактивного трудоспособного населения ($L \leftarrow I$).
- c — ставка выхода безработных из состава рабочей силы ($U \rightarrow I$).
- d — ставка входа в состав безработных людей из экономически неактивного трудоспособного населения ($U \leftarrow I$).

Естественный уровень безработицы выводится из условий устойчивого равновесия величин L , U и I :

$$\begin{cases} L = const \\ U = const \\ I = const \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (j + a)L = hU + bI \\ (h + c)U = jL + dI \\ (b + d)I = aL + cU \end{cases} \Rightarrow L^*, U^*, I^* \Rightarrow u^* = \frac{U^*}{L^* + U^*}.$$

Интуиция модели:

$$j \uparrow, c \downarrow, d \uparrow \Rightarrow U^* \uparrow \Rightarrow u^* \uparrow$$

$$h \downarrow, a \uparrow, b \downarrow \Rightarrow L^* \downarrow \Rightarrow u^* \uparrow$$

IX. Модель AD-AS

Кривая совокупного спроса AD при таргетировании предложения денег

Вывод кривой AD из модели IS-LM

Условие совместного равновесия товарного и денежного рынков:

$$\begin{cases} i = i^{IS}(Y) \\ i = i^{LM}(Y, P) \end{cases} \Rightarrow i^{IS}(Y) = i^{LM}(Y, P) \Rightarrow \Gamma_1 - \Gamma_2 Y = -\frac{1}{h} \left(\frac{\bar{M}^S}{P} - \bar{\mu} \right) + \frac{k}{h} \times Y$$

Уравнение статической кривой AD, убывающей в координатах $Y - P$:

$$P^{AD}(Y) = \frac{\bar{M}^S}{(\bar{\mu} - h\Gamma_1) + (k + h\Gamma_2) \times Y}$$

$$P^{AD}(Y) = \frac{\bar{M}^S}{\left[\bar{\mu} - h \left(\pi^e + \frac{\bar{A} - mpc\bar{T} - \eta\varepsilon}{b} \right) \right] + \left[k + h \left(\frac{1 - mpc(1-t) - mpi - g + mpm}{b} \right) \right] \times Y}$$

$$P^{AD}(Y) = \frac{\bar{M}^S}{\Gamma_3 + \Gamma_4 Y} \text{ (сокращённая запись)}$$

Вспомогательное рассуждение (P_0 — общий уровень цен в конце исходного года):

$$\pi = \frac{P - P_0}{P_0} = \frac{P}{P_0} - 1$$

Уравнение динамической кривой AD, убывающей в координатах $Y - \pi$:

$$\pi^{AD}(Y) = \frac{1}{P_0} \times \frac{\bar{M}^S}{\Gamma_3 + \Gamma_4 Y} - 1$$

Вывод кривой AD из количественной теории денег

Центральный банк таргетирует величину денежной массы:

$$M \equiv M^S = \bar{M}^S.$$

Функция спроса на реальные денежные балансы, выводимая в количественной теории денег из предпосылки о постоянстве скорости обращения денег ($V = const$):

$$\left(\frac{M}{P} \right)^D(Y) = kY, \quad k = \frac{1}{V} = const$$

Условие равновесия денежного рынка⁷:

$$\left(\frac{M}{P} \right)^D(Y) = \frac{M}{P} \Rightarrow kY = \frac{M}{P} \Rightarrow Y^{AD}(P) = \frac{1}{k} \times \frac{M}{P}$$

Уравнение статической кривой AD, убывающей в координатах $Y - P$:

$$P^{AD}(Y) = \frac{1}{k} \times \frac{M}{Y}$$

Уравнение динамической кривой AD, убывающей в координатах $g - \pi$ (переход к темпам роста):

$$\pi^{AD}(g) = g_M - g$$

⁶ В модели IS-LM предполагается, что Центральный банк таргетирует предложение денег: $M^S = \bar{M}^S$.

⁷ При постоянной V денежный рынок влияет на товарный, но товарный рынок не оказывает влияния на денежный: равновесный Y определяется из равновесия денежного рынка, а равновесная i находится из равновесия товарного рынка при равновесном Y .

IX. Модель AD-AS

Кривая совокупного спроса AD при инфляционном таргетировании

Центральный банк осуществляет гибкое инфляционное таргетирование (посредством влияния на реальную процентную ставку):

$$\begin{aligned} r - r^* &= \alpha(\pi - \pi^*), \quad \alpha > 0 \\ r(\pi) &= r^* + \alpha(\pi - \pi^*) \end{aligned}$$

Зависимость реальной процентной ставки r от номинальной процентной ставки i и темпов инфляции π :

$$1 + r = \frac{1 + i}{1 + \pi} \quad (\text{уравнение Фишера}) \quad \Rightarrow \quad r = \frac{i - \pi}{1 + \pi} \quad \Rightarrow \quad r \approx i - \pi \quad (\text{при малых значениях } \pi)$$

Далее будет использоваться линейная аппроксимация номинальной процентной ставки:

$$i = r + \pi \quad \Rightarrow \quad i^* = r^* + \pi^* \quad (\text{для целевых значений}).$$

ЦБ регулирует r не напрямую, а посредством i . Равновесная i формируется на денежном рынке, где ЦБ контролирует предложение денег.

Итоговая формула для номинальной процентной ставки (monetary policy rule — ii-schedule):

$$i^{MP}(\pi) = i^* + (1 + \alpha)(\pi - \pi^*)$$

Принцип Тэйлора (Taylor principle). Если темпы инфляции изменились, то в целях достижения инфляционного таргета π^* ЦБ следует изменить номинальную процентную ставку сильнее чем один к одному:

$$\frac{di^{MP}(\pi)}{d\pi} = (1 + \alpha) > 1.$$

Правило Тэйлора (Taylor rule) — обобщённое правило инфляционного таргетирования (в данной модели предполагается $\beta = 0$):

$$i^{MP}(\pi, Y) = i^* + (1 + \alpha)(\pi - \pi^*) + \beta(Y - Y^*), \quad \beta > 0.$$

Условие **совместного равновесия товарного и денежного рынков** (при инфляционном таргетировании инфляция почти наверняка ненулевая, поэтому на товарном рынке образуется не статическое, а динамическое равновесие):

$$\begin{cases} i = i^{IS}(Y) \\ i = i^{MP}(\pi) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad i^{IS}(Y) = i^{MP}(\pi) \quad \Rightarrow \quad \Gamma_1 - \Gamma_2 Y = i^* + (1 + \alpha)(\pi - \pi^*)$$

Уравнение динамической кривой AD, убывающей в координатах $Y - \pi$:

$$\begin{aligned} \pi^{AD}(Y) &= \pi^* + \frac{(\Gamma_1 - \Gamma_2 Y) - i^*}{1 + \alpha} \\ \pi^{AD}(Y) &= \pi^* + \frac{1}{1 + \alpha} \left[-i^* + \left(\pi^e + \frac{\bar{A} - mpc\bar{T} - \eta\varepsilon}{b} \right) - \frac{1 - mpc(1 - t) - mpi - g + mpm}{b} \times Y \right] \end{aligned}$$

Вспомогательное рассуждение:

$$\pi = \frac{P - P_0}{P_0} \quad \Rightarrow \quad P = P_0(1 + \pi)$$

Уравнение статической кривой AD, убывающей в координатах $Y - P$:

$$\begin{aligned} P^{AD}(Y) &= P_0(1 + \pi^{AD}(Y)) \\ P^{AD}(Y) &= P_0 \left(1 + \pi^* + \frac{(\Gamma_1 - \Gamma_2 Y) - i^*}{1 + \alpha} \right) \end{aligned}$$

IX. Модель AD-AS

Кривая долгосрочного совокупного предложения LRAS

Классические предпосылки:

1. Гибкая номинальная заработная плата (W).
2. Гибкие цены на товары (P).

Величина потенциального совокупного выпуска Y^* определяется как значение производственной функции экономики **при полной занятости** ($L_{LR} = L^* \Leftrightarrow u = u^*$):

$$Y = A \cdot F(K, L) \\ Y^* = Y(L^*) = A \cdot F(K, L^*)$$

Уравнение кривой LRAS, вертикальной в координатах $Y - \pi$ и $Y - P$:

$$Y = Y^*$$

В **мгновенном периоде** (short run) и в **краткосрочном периоде** (medium run) запас капитала и уровень технологии неизменны:

$$Y_{SR/MR}^* = Y(L^*) = \bar{A} \cdot F(\bar{K}, L^*) \Rightarrow Y_{SR/MR}^* = const.$$

В **долгосрочном периоде** наблюдается увеличение запасов капитала и повышение уровня технологии (предполагается, что $L^* = const$):

$$Y_{LR}^* = Y(L^*) = A \cdot F(K, L^*) \Rightarrow Y_{LR}^* \uparrow, \text{ если } A \uparrow \text{ и/или } K \uparrow.$$

Стандартные типы ожиданий

- Наивные — ожидания не меняются: $\pi^e = \pi_{-1}^e$.
- Статические — изменения не ожидаются: $\pi^e = \pi$.
- Адаптивные — корректировка ожиданий на частичную величину предыдущей ошибки прогнозирования: $\pi^e = \pi_{-1}^e + \varphi(\pi - \pi_{-1}^e)$, $0 \leq \varphi \leq 1$.
При $\varphi = 0$ адаптивные ожидания вырождаются в наивные: $\pi^e = \pi_{-1}^e$.
При $\varphi = 1$ адаптивные ожидания вырождаются в статические: $\pi^e = \pi$.
- Рациональные — отсутствие систематических ошибок: $\pi^e = \mathbb{E}_{-1}(\pi) = \mathbb{E}(\pi | \text{Info}_{-1}) \Rightarrow \mathbb{E}(\pi - \pi^e) = 0$.
Здесь Info_{-1} — вся доступная в момент прогнозирования информация.

IX. Модель AD-AS

Кривая мгновенного и краткосрочного совокупного предложения SRAS

Кейнсианские предпосылки:

1. Жёсткая номинальная заработная плата (\bar{W}) в течение среднего срока действия трудового договора (nominal wage rigidity).
2. Рост заработной платы, происходящий при перезаключении трудовых договоров в периоде 1, устанавливается заранее в периоде 0 на основе ожидаемой инфляции (π^e).
Фирмы стараются угадать уровень инфляции π и выбирают новую номинальную заработную плату \bar{W}_1 так, чтобы реальная заработная плата \bar{W}/P не изменилась: $g_{(W/P)}^e = g_W - \pi^e = 0 \Rightarrow g_W = \pi^e$.
3. Занятость определяется фирмами (предложение труда неограничено).

Уравнения динамической и статической кривой SRAS, горизонтальной в координатах $Y - \pi$ и $Y - P$ соответственно при условии **жёсткости цен на товары (мгновенный период SR)**:

$$\begin{aligned}\pi^{SRAS}(Y) &= 0 \\ P^{SRAS}(Y) &= \bar{P}\end{aligned}$$

Вывод положительной зависимости между разностями $(Y - Y^*)$ и $(\pi - \pi^e)$ из равновесия на рынке труда и производственной функции экономики при условии **гибкости цен на товары (краткосрочный период MR)**:

$$\pi > \pi^e \Rightarrow P > P^e \Rightarrow \frac{\bar{W}_1}{P} < \frac{\bar{W}_1}{P^e} = \frac{\bar{W}_0}{P_0} \Rightarrow \left(\frac{\bar{W}}{P}\right) \downarrow \Rightarrow L^D \uparrow \Rightarrow L \uparrow \Rightarrow Y \uparrow, \text{ т.к. } Y = A \cdot F(K, L).$$

Обозначения:

- $\frac{\bar{W}_0}{P_0}$ — реальная заработная плата в периоде 0.
- \bar{W}_1 — номинальная заработная плата для периода 1, которую фирмы установили в периоде 0 так, что $\frac{\bar{W}_1}{P^e} = \frac{\bar{W}_0}{P_0}$.
- $\frac{\bar{W}_1}{P}$ — реальная заработная плата в периоде 1.

Уравнение динамической кривой SRAS, возрастающей в координатах $Y - \pi$ при условии **гибкости цен на товары (краткосрочный период MR⁸)**:

$$\begin{aligned}Y - Y^* &= \lambda(\pi - \pi^e), \quad \lambda > 0 \\ Y(\pi) &= Y^* + \lambda(\pi - \pi^e) \\ \pi^{SRAS}(Y) &= \pi^e + \frac{Y - Y^*}{\lambda}\end{aligned}$$

Вспомогательные рассуждения:

$$\pi = \frac{P - P_0}{P_0} \Rightarrow P = P_0(1 + \pi) \qquad \pi^e = \frac{P^e - P_0}{P_0}$$

Уравнение статической кривой SRAS, возрастающей в координатах $Y - P$:

$$\begin{aligned}P^{SRAS}(Y) &= P_0(1 + \pi^{SRAS}(Y)) \\ P^{SRAS}(Y) &= P^e + \frac{P_0}{\lambda}(Y - Y^*)\end{aligned}$$

Уравнение Лукаса для статической кривой SRAS:

$$Y - Y^* = \Lambda(P - P^e),$$

где $\Lambda = \frac{\lambda}{P_0} > 0$ — чувствительность совокупного предложения Y к сюрпризу цен (price surprise).

⁸Название кривой плохо соотносится с названием временного периода!

IX. Модель AD-AS

Равновесие

Модель AD-AS — модель общего экономического равновесия в **мгновенном, краткосрочном и долгосрочном периодах**:

- товарный рынок находится в равновесии;
- денежный рынок находится в равновесии;
- рынок иностранной валюты не рассматривается;
- **рынок труда находится в равновесии** (за исключением мгновенного периода).

Природа кривых:

совместное равновесие товарного и денежного рынков (модель IS-LM) \Rightarrow кривая AD
 жёсткость цен на товары в мгновенном периоде (SR) \Rightarrow горизонтальная кривая SRAS
 краткосрочное равновесие на рынке труда (MR) \Rightarrow возрастающая кривая SRAS
 долгосрочное равновесие на рынке труда (при полной занятости) \Rightarrow кривая LRAS

Фактическое статическое равновесие в мгновенном периоде⁹:

$$\begin{cases} P = P^{AD}(Y) \\ P^{SRAS}(Y) = \bar{P} \end{cases} \Rightarrow \text{равновесный } Y$$

Фактическое динамическое общее экономическое равновесие в краткосрочном периоде:

$$\begin{cases} \pi = \pi^{AD}(Y) \\ \pi = \pi^{SRAS}(Y) \end{cases} \Rightarrow \text{равновесные } Y, \pi$$

Потенциальное динамическое общее экономическое равновесие в долгосрочном периоде:

$$\begin{cases} \pi = \pi^{AD}(Y) \\ Y = Y^* \end{cases} \Rightarrow \text{равновесная } \pi = \pi^{AD}(Y^*)$$

Разрыв совокупного выпуска:

$$\text{разрыв ВВП} = Y - Y^*$$

Кейнсианская теория экономического цикла:

- равновесный $Y < Y^*$ \Rightarrow разрыв ВВП < 0 (рецессия)
- равновесный $Y > Y^*$ \Rightarrow разрыв ВВП > 0 (перегрев)
- равновесный $Y = Y^*$ \Rightarrow разрыв ВВП $= 0$ (долгосрочное равновесие)

Экономисты стремятся в краткосрочном периоде перевести экономику в состояние долгосрочного равновесия (разрыв ВВП $= 0$), достигаемого при полной занятости:

$$\begin{cases} \pi = \pi^{AD}(Y) \\ Y = Y^* \\ \pi = \pi^{SRAS}(Y) \end{cases} \Rightarrow \text{равновесная } \pi = \pi^{AD}(Y^*) = \pi^{SRAS}(Y^*).$$

Зависимость равновесного уровня цен на конец года t от равновесной π :

$$P(t) = P_0(1 + \pi)^t$$

⁹В этом случае модель AD-AS идентична модели IS-LM.

Х. Кривая Филлипса (т.н. модифицированная)

Краткосрочная кривая Филлипса SRPC

Предпосылки для краткосрочного периода:

1. Все кейнсианские предпосылки для кривой SRAS:
 - Жёсткая номинальная заработная плата (\bar{W}).
 - Инфляционные ожидания неточны: π^e отклоняется от π .
 - Номинальная заработная плата индексируется на ожидаемую инфляцию: $g_W = \pi^e$.
 - Занятость определяется фирмами.
2. Гибкие цены на товары (P) — краткосрочный, не мгновенный период.

Уравнение кривой SRAS, возрастающей в координатах $Y - \pi$ при условии **гибкости цен на товары**:

$$Y - Y^* = \lambda(\pi - \pi^e), \quad \lambda > 0$$

Эмпирический закон Оукена (об отрицательной зависимости между процентным разрывом ВВП и циклической безработицей):

$$\frac{Y - Y^*}{Y^*} = -\beta(u - u^*), \quad \beta > 0$$

Уравнение кривой SRPC, убывающей в координатах $u - \pi$ (expectations-augmented SRPC):

$$\begin{aligned} Y - Y^* &= -Y^* \times \beta(u - u^*) \\ \lambda(\pi - \pi^e) &= -Y^* \times \beta(u - u^*) \\ \pi(u) &= \pi^e - \frac{Y^* \beta}{\lambda}(u - u^*) \\ \pi^{SRPC}(u) &= \pi^e - a(u - u^*), \quad a = \frac{Y^* \beta}{\lambda} > 0 \end{aligned}$$

Естественный уровень безработицы u^* не ускоряет инфляцию, т.е. является NAIRU (non-accelerating inflation rate of unemployment):

$$\begin{aligned} u > u^* &\Rightarrow \pi < \pi^e \Rightarrow \pi^e \downarrow \Rightarrow \pi \downarrow \Rightarrow \dots \\ u < u^* &\Rightarrow \pi > \pi^e \Rightarrow \pi^e \uparrow \Rightarrow \pi \uparrow \Rightarrow \dots \\ u = u^* &\Rightarrow \pi = \pi^e \Rightarrow \pi^e = const = \pi \end{aligned}$$

Уравнение кривой SRPC с учётом шока совокупного предложения (сдвига кривой SRAS):

$$\pi^{SRPC}(u) = \pi^e - a(u - u^*) + \rho$$

Определение знака коэффициента ρ :

$$\begin{aligned} \rho > 0, \text{ когда } SRAS \downarrow: \quad \forall Y \pi^{SRAS}(Y) \uparrow &\Rightarrow \begin{cases} \pi \uparrow \\ Y \downarrow \Rightarrow L^D \downarrow \Rightarrow L \downarrow \Rightarrow u \uparrow \end{cases} \\ \rho < 0, \text{ когда } SRAS \uparrow: \quad \forall Y \pi^{SRAS}(Y) \downarrow &\Rightarrow \begin{cases} \pi \downarrow \\ Y \uparrow \Rightarrow L^D \uparrow \Rightarrow L \uparrow \Rightarrow u \downarrow \end{cases} \\ \rho = 0, \text{ когда } SRAS = const & \end{aligned}$$

Индекс страданий:

$$\text{misery index} = u(\%) + \pi(\%)$$

Коэффициент потерь (sacrifice ratio):

$$SR_Y(\Delta\pi) = \frac{\Delta Y(\Delta\pi)}{\Delta\pi} \qquad SR_u(\Delta\pi) = \frac{\Delta u(\Delta\pi)}{\Delta\pi}$$

Х. Кривая Филлипса (т.н. модифицированная)

Долгосрочная кривая Филлипса LRPC

Предпосылки для долгосрочного периода:

1. Все классические предпосылки для кривой LRAS:
 - Гибкая номинальная заработная плата (W).
 - Гибкие цены на товары (P).
2. Инфляционные ожидания корректны ($\pi^e = \pi$), поэтому фирмы успешно поддерживают ставку реальной заработной платы на постоянном уровне: $W/P = const$.

Уравнение кривой LRPC, вертикальной в координатах $u - \pi$:

$$\begin{aligned} L_{LR} &= L^* \\ u &= u^* \end{aligned}$$

Потенциальное равновесие

Экономисты стремятся в краткосрочном периоде перевести экономику в состояние долгосрочного равновесия, достигаемого при полной занятости:

$$\begin{cases} \pi = \pi^{SRPC}(u) \\ u = u^* \end{cases} \Rightarrow \text{равновесная } \pi = \pi^{SRPC}(u^*) = \pi^e + \rho.$$

XI. Модель долгосрочного экономического роста Солоу

Модель без технологического прогресса

Предпосылки модели:

1. Производственная функция экономики: $Y = AF(K,L)$.
2. Фиксированный уровень технологии (total factor productivity): $A = 1$.
3. Постоянная отдача от масштаба (constant returns to scale):

$$F(\alpha K, \alpha L) = \alpha F(K, L) \text{ для } \forall K, L, \alpha > 0.$$

4. Положительный убывающий предельный продукт:

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0 \text{ и } \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0.$$

5. Условия Инады, гарантирующие существование стационарного состояния с ненулевым уровнем капиталовооружённости ($k = K/L$):

$$\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty \text{ и } \lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0,$$

где $f(k) = F\left(\frac{K}{L}, 1\right) = \frac{F(K, L)}{L}$.

6. Полная занятость, темп роста населения n :

$$g_L = \frac{\dot{L}}{L} = n \Rightarrow \frac{dL}{L} = ndt \Rightarrow \ln L = nt + C \Rightarrow L(t) = L(0)e^{nt}.$$

7. Доля сбережений $s = const$. Функция сбережений: $S_t = sY_t$.
8. Ставка амортизации $\delta = const$.
9. Закрытая экономика. Нет государственного сектора.

Условие равновесия на товарном рынке:

$$C_t + I_t = Y_t \Rightarrow I_t = Y_t - C_t = S_t \Rightarrow I_t = sY_t$$

Инвестиции:

$$I_t = \delta K_t + \dot{K}_t$$

$$sY_t = \delta K_t + \dot{K}_t$$

Переход к интенсивной форме (в расчёте на одного работника):

$$s \frac{Y_t}{L_t} = \delta \frac{K_t}{L_t} + \frac{\dot{K}_t}{L_t}$$

Использование свойства постоянной отдачи от масштаба:

$$y_t \equiv \frac{Y_t}{L_t}, k_t \equiv \frac{K_t}{L_t} \Rightarrow y_t = \frac{F(K_t, L_t)}{L_t} = F\left(\frac{K_t}{L_t}, 1\right) = f(k_t)$$

$$sf(k_t) = \delta k_t + \frac{\dot{K}_t}{K_t} \times \frac{K_t}{L_t}$$

XI. Модель долгосрочного экономического роста Солоу

Определение темпов роста капитала:

$$\begin{aligned}K = kL &\Rightarrow g_K = g_k + g_L \Rightarrow \frac{\dot{K}_t}{K_t} = \frac{\dot{k}_t}{k_t} + n \\sf(k_t) &= \delta k_t + \left(\frac{\dot{k}_t}{k_t} + n \right) k_t \\sf(k_t) &= \delta k_t + \dot{k}_t + nk_t\end{aligned}$$

Уравнение накопления капитала (capital accumulation equation):

$$\dot{k}_t = sf(k_t) - (n + \delta)k_t$$

Устойчивое равновесие — т.н. стационарное состояние (steady state):

$$\dot{k}_t = 0 \Rightarrow sf(k_t) = (n + \delta)k_t$$

Темпы роста запаса капитала (K_t) и капиталовооружённости работников ($k_t = K_t/L_t$) в стационарном состоянии:

$$\begin{aligned}\dot{k}_t = 0 &\Rightarrow g_k = \frac{\dot{k}_t}{k_t} = 0 \\K_t = k_t L_t &\Rightarrow g_K = g_k + g_L = n\end{aligned}$$

Темпы роста выпуска (Y_t) и стандартов жизни ($y_t = Y_t/L_t$) в стационарном состоянии:

$$\begin{aligned}\dot{k}_t = 0 &\Rightarrow k_t = const \Rightarrow y_t = f(k_t) = const \Rightarrow g_y = 0 \\Y_t = y_t L_t &\Rightarrow g_Y = g_y + g_L = n\end{aligned}$$

XI. Модель долгосрочного экономического роста Солоу

Модель с технологическим прогрессом

Предпосылки модели:

1. Все предпосылки модели без технологического прогресса.
2. Технологический прогресс происходит благодаря повышению эффективности труда (labour-augmenting technical progress):
 - Фактор труда задаётся через *эффективный труд* ($E \times L$), измеряемый в рабочих эквивалентах (worker equivalent).
 - Эффективность труда E растёт с темпом t .

Условие равновесия экономики в интенсивной форме:

$$s \frac{Y}{EL} = \delta \frac{K}{EL} + \frac{\dot{K}}{EL}$$

Использование свойства постоянной отдачи от масштаба:

$$y \equiv \frac{Y}{EL}, k \equiv \frac{K}{EL} \Rightarrow y = \frac{F(K, EL)}{EL} = F\left(\frac{K}{EL}, 1\right) = f(k)$$

$$sf(k) = \delta k + \frac{\dot{K}}{K} \times \frac{K}{EL}$$

Определение темпов роста капитала:

$$K = k \times EL \Rightarrow g_K = g_k + g_L + g_E \Rightarrow \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{k}}{k} + n + t$$

$$sf(k) = \delta k + \left(\frac{\dot{k}}{k} + n + t\right) k$$

$$sf(k) = \delta k + \dot{k} + (n + t)k$$

Уравнение накопления капитала (capital accumulation equation):

$$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta + t)k$$

Устойчивое равновесие (steady state):

$$\dot{k} = 0 \Rightarrow sf(k) = (n + \delta + t)k$$

Темпы роста запаса капитала (K) и капиталовооружённости работников (K/L) в состоянии устойчивого равновесия:

$$\dot{k} = 0 \Rightarrow g_k = \frac{\dot{k}}{k} = 0$$

$$K = k \times EL \Rightarrow g_K = g_k + g_L + g_E = n + t$$

$$g_{K/L} = g_K - g_L = t > 0$$

Темпы роста выпуска (Y) и стандартов жизни (Y/L) в состоянии устойчивого равновесия:

$$\dot{k} = 0 \Rightarrow k = const \Rightarrow y = f(k) = const \Rightarrow g_y = 0$$

$$Y = y \times EL \Rightarrow g_Y = g_y + g_L + g_E = n + t$$

$$g_{Y/L} = g_Y - g_L = t > 0$$